

SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO

KỲ THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN LAM SƠN

THANH HOÁ

NĂM HỌC 2012 - 2013

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

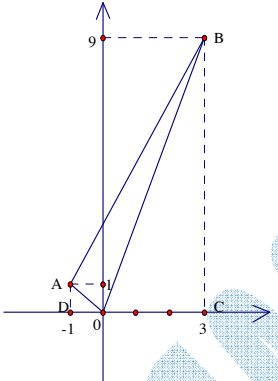
Môn thi : TOÁN

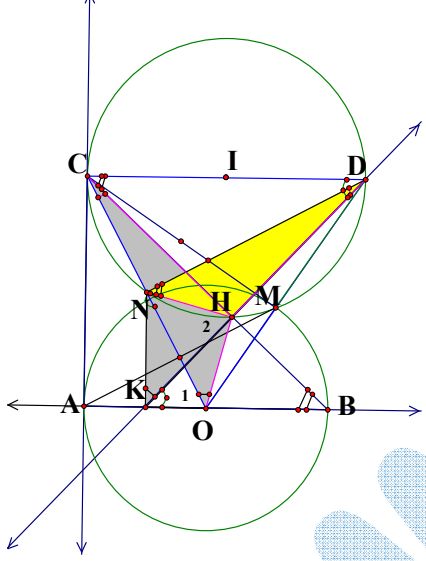
(Đề gồm có 01 trang)

(Môn chung cho tất các thí sinh)

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
1	<p>1. Chứng minh rằng : <math>P = \frac{2}{a-1}</math></p> $P = \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} + 4\sqrt{a} \right) \cdot \frac{1}{2a\sqrt{a}}$ $P = \frac{(\sqrt{a}+1)^2 - (\sqrt{a}-1)^2 + 4\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \cdot \frac{1}{2a\sqrt{a}}$ $P = \frac{a+2\sqrt{a}+1 - a+2\sqrt{a}-1 + 4a\sqrt{a} - 4\sqrt{a}}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \cdot \frac{1}{2a\sqrt{a}}$ $P = \frac{4a\sqrt{a}}{a-1} \cdot \frac{1}{2a\sqrt{a}} = \frac{2}{a-1} \text{ (ĐPCM)}$	1.0
	<p>2. Tìm giá trị của a để P = a. P = a</p> $\Rightarrow \frac{2}{a-1} = a \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$ <p>Ta có <math>1 + 1 + (-2) = 0</math>, nên phương trình có 2 nghiệm</p> <p><math>a_1 = -1 &lt; 0</math> (không thoả mãn điều kiện) - Loại</p> $a_2 = \frac{-c}{a} = \frac{2}{1} = 2 \text{ (Thoả mãn điều kiện)}$ <p>Vậy a = 2 thì P = a</p>	1.0
2	<p>1. Chứng minh rằng (d) và (P) có hai điểm chung phân biệt</p> <p>Hoành độ giao điểm đường thẳng (d) và Parabol (P) là nghiệm của phương trình</p>	1.0

	<p><math>x^2 = 2x + 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0</math> có <math>a - b + c = 0</math></p> <p>Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt</p> $x_1 = -1 \text{ và } x_2 = \frac{-c}{a} = \frac{3}{1} = 3$ <p>Với <math>x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = (-1)^2 = 1 \Rightarrow A(-1; 1)</math></p> <p>Với <math>x_2 = 3 \Rightarrow y_2 = 3^2 = 9 \Rightarrow B(3; 9)</math></p> <p>Vậy (d) và (P) có hai điểm chung phân biệt A và B</p>	
	<p>2. Gọi A và B là các điểm chung của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ)</p> <p>Ta biểu diễn các điểm A và B trên mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ</p>  $S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot DC = \frac{1 + 9}{2} \cdot 4 = 20$ $S_{BOC} = \frac{BC \cdot CO}{2} = \frac{9 \cdot 3}{2} = 13,5$ $S_{AOD} = \frac{AD \cdot DO}{2} = \frac{1 \cdot 1}{2} = 0,5$ <p>Theo công thức cộng diện tích ta có:</p> $S_{(ABC)} = S_{(ABCD)} - S_{(BCO)} - S_{(ADO)}$ $= 20 - 13,5 - 0,5 = 6 \quad (\text{đvdt})$	<p><b>1.0</b></p>
<p><b>3</b></p>	<p>1. Khi <math>m = 4</math>, ta có phương trình</p> $x^2 + 8x + 12 = 0 \text{ có } \Delta' = 16 - 12 = 4 > 0$ <p>Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt</p> $x_1 = -4 + 2 = -2 \text{ và } x_2 = -4 - 2 = -6$	<p><b>1.0</b></p>

	<p>2. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt</p> $x^2 + 2mx + m^2 - 2m + 4 = 0$ <p>Có <math>D' = m^2 - (m^2 - 2m + 4) = 2m - 4</math></p> <p>Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì <math>D' &gt; 0</math></p> $\Rightarrow 2m - 4 > 0 \Rightarrow 2(m - 2) > 0 \Rightarrow m - 2 > 0 \Rightarrow m > 2$ <p>Vậy với <math>m &gt; 2</math> thì phương trình có hai nghiệm phân biệt</p>	<b>1.0</b>
<b>4</b>	 <p>1. Ba điểm O, M, D thẳng hàng:</p> <p>Ta có MC là tiếp tuyến của đường tròn (O) <math>\Rightarrow MC \perp MO</math> (1)</p> <p>Xét đường tròn (I) : Ta có <math>\widehat{CMD} = 90^\circ \Rightarrow MC \perp MD</math> (2)</p> <p>Từ (1) và (2) <math>\Rightarrow MO \parallel MD \Rightarrow MO</math> và <math>MD</math> trùng nhau  <math>\Rightarrow O, M, D</math> thẳng hàng</p>	<b>1.0</b>
	<p>2. Tam giác COD là tam giác cân</p> <p>CA là tiếp tuyến của đường tròn (O) <math>\Rightarrow CA \perp AB</math>(3)</p> <p>Đường tròn (I) tiếp xúc với AC tại C <math>\Rightarrow CA \perp CD</math>(4)</p> <p>Từ (3) và (4) <math>\Rightarrow CD \parallel AB \Rightarrow \widehat{DCO} = \widehat{COA}</math> (*)</p> <p style="text-align: center;">( Hai góc so le trong)</p> <p>CA, CM là hai tiếp tuyến cắt nhau của (O) <math>\Rightarrow \widehat{COA} = \widehat{COD}</math> (**)</p> <p>Từ (*) và (**) <math>\Rightarrow \widehat{DOC} = \widehat{DCO} \Rightarrow</math> Tam giác COD cân tại D</p>	<b>1.0</b>
	<p>3. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với BC luôn đi qua một điểm cố định khi M di</p>	<b>1.0</b>

	<p>động trên đường tròn (O)</p> <p>* Gọi chân đường vuông góc hạ từ D tới BC là H. <math>\widehat{CHD} = 90^\circ \Rightarrow H \in (I)</math> (Bài toán quỹ tích)</p> <p>DH kéo dài cắt AB tại K.</p> <p>Gọi N là giao điểm của CO và đường tròn (I)</p> $\Rightarrow \begin{cases} \widehat{CND} = 90^\circ \\ \Delta COD \text{ cân tại D} \end{cases} \Rightarrow NC = NO$ <p>Ta có tứ giác NHOK nội tiếp</p> <p>Vì có <math>\widehat{H}_2 = \widehat{O}_1 = \widehat{DCO}</math> ( Cùng bù với góc DHN) <math>\Rightarrow \widehat{NHO} + \widehat{NKO} = 180^\circ</math> (5)</p> <p>* Ta có : <math>\widehat{NDH} = \widehat{NCH}</math> ( Cùng chắn cung NH của đường tròn (I))</p> $\widehat{CBO} = \widehat{HND} (= \widehat{HCD}) \Rightarrow \Delta DHN \sphericalangle \Delta COB \text{ (g.g)}$ $\Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{HN}{HD} &= \frac{OB}{OC} \\ \dots \Rightarrow \frac{OB}{OC} &= \frac{OA}{OC} \\ \dots \Rightarrow \frac{OA}{OC} &= \frac{CN}{CD} = \frac{ON}{CD} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{HN}{HD} = \frac{ON}{CD} \text{ Mà } \widehat{ONH} = \widehat{CDH}$ $\Rightarrow \Delta NHO \sphericalangle \Delta DHC \text{ (c.g.c)}$ <p><math>\Rightarrow \widehat{NHO} = 90^\circ</math> Mà <math>\widehat{NHO} + \widehat{NKO} = 180^\circ</math> (5) <math>\Rightarrow \widehat{NKO} = 90^\circ</math>, <math>\Rightarrow NK \perp AB \Rightarrow NK \parallel AC</math>  <math>\Rightarrow K</math> là trung điểm của OA cố định <math>\Rightarrow</math> (ĐPCM)</p>	
<p>5</p>	<p><b>Câu 5</b> (1.0 điểm) : Cho a,b,c là các số dương không âm thoả mãn : <math>a^2 + b^2 + c^2 = 3</math></p> <p>Chứng minh rằng : <math>\frac{a}{a^2 + 2b + 3} + \frac{b}{b^2 + 2c + 3} + \frac{c}{c^2 + 2a + 3} \leq \frac{1}{2}</math></p> <p>* C/M bổ đề: <math>\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}</math> và <math>\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{x} \geq \frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}</math>.</p> <p>Thật vậy</p> $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y} \Leftrightarrow (a^2y + b^2x)(x+y) \geq xy(a+b)^2 \Leftrightarrow (ay - bx)^2 \geq 0$ <p>(Đúng) <math>\Rightarrow</math> ĐPCM</p>	<p>1.0</p>

Áp dụng 2 lần, ta có:  $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{x} \geq \frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$

\* Ta có :  $a^2 + 2b + 3 = a^2 + 2b + 1 + 2 \geq 2a + 2b + 2$ , tương tự Ta có: ...  $\Rightarrow$

$$A = \frac{a}{a^2 + 2b + 3} + \frac{b}{b^2 + 2c + 3} + \frac{c}{c^2 + 2a + 3} \leq \frac{a}{2a + 2b + 2} + \frac{b}{2b + 2c + 2} + \frac{c}{2c + 2a + 2}$$

$$\Leftrightarrow A \leq \frac{1}{2} \underbrace{\left( \frac{a}{a+b+1} + \frac{b}{b+c+1} + \frac{c}{c+a+1} \right)}_B \quad (1)$$

Ta chứng minh  $\frac{a}{a+b+1} + \frac{b}{b+c+1} + \frac{c}{c+a+1} \leq 1$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{a+b+1} - 1 + \frac{b}{b+c+1} - 1 + \frac{c}{c+a+1} - 1 \leq -2$$

$$\Leftrightarrow \frac{-b-1}{a+b+1} + \frac{-c-1}{b+c+1} + \frac{-a-1}{c+a+1} \leq -2$$

$$\Leftrightarrow \frac{b+1}{a+b+1} + \frac{c+1}{b+c+1} + \frac{a+1}{c+a+1} \geq 2$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{(b+1)^2}{(a+b+1)(b+1)} + \frac{(c+1)^2}{(b+c+1)(c+1)} + \frac{(a+1)^2}{(c+a+1)(a+1)}}_{3-B} \geq 2 \quad (2)$$

\* Áp dụng Bô đê trên ta có:

$$\Rightarrow 3 - B \geq \frac{(a+b+c+3)^2}{(a+b+1)(b+1) + (b+c+1)(c+1) + (c+a+1)(a+1)}$$

$$\Leftrightarrow 3 - B \geq \frac{(a+b+c+3)^2}{a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca + 3(a+b+c) + 3} \quad (3)$$

\* Mà:

$$\begin{aligned} & 2[a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca + 3(a+b+c) + 3] \\ &= 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 2ab + 2bc + 2ca + 6a + 6b + 6c + 6 \\ &= 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 2ab + 2bc + 2ca + 6a + 6b + 6c + 6 \quad (\text{Do: } a^2 + b^2 + c^2 = 3) \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca + 6a + 6b + 6c + 9 \\ &= (a+b+c+3)^2 \\ &\Rightarrow \frac{(a+b+c+3)^2}{a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca + 3(a+b+c) + 3} = 2 \quad (4) \end{aligned}$$

Từ (3) và (4)  $\Rightarrow$  (2)

Kết hợp (2) và (1) ta có điều phải chứng minh.

	Dấu = xảy ra khi $a = b = c = 1$	
--	----------------------------------	--

Nguồn:  Hocmai.vn

HOCMAI.VN